

Algoritmi e principi dell'Informatica

Recupero prima prova in itinere – 24 Febbraio 2014

Avvisi importanti

La prova è riservata ai laureandi che non abbiano superato la prima prova in itinere

La durata della prova di recupero è di 1 ora

Esercizio 1 (punti 7/15-esimi)

Si dica, giustificando brevemente le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

1. Dato un qualsiasi automa a pila A , sia deterministico che nondeterministico, esiste sempre un automa a pila, sia deterministico che nondeterministico, che riconosce il complemento di $L(A)$.
2. Dato un qualsiasi automa a pila A , sia deterministico che nondeterministico, esiste sempre una macchina di Turing, che riconosce il complemento di $L(A)$.

Esercizio 2 (punti 8/15-esimi)

Si consideri l'alfabeto $A = \{a,b\}$.

Per una stringa s costruita su A^* chiamiamo *massima sequenza* ciascuna sottostringa non nulla t di s i cui caratteri siano tutti uguali e che non sia né seguita né preceduta da un ulteriore carattere uguale ai precedenti o ai seguenti. Ad esempio, nella stringa *abbaaaa* le massime sequenze sono *a*, *bb*, *aaaa*.

- 1) Si specifichi in logica del prim'ordine un predicato ternario *same*(s,c,n) che è vero se e solo se la stringa s è di n caratteri, tutti uguali al carattere c . (Nota: c è rappresentato come una stringa di un solo carattere.)
- 2) Si fornisca una specifica in logica del prim'ordine del predicato binario *maxSeq*(t,s) che è vero se e solo se t è una massima sequenza per s . Nella specifica, si faccia ricorso al predicato *same* definito al punto precedente.

Nota bene: nella scrittura delle formule si può fare ricorso *esclusivamente* alle seguenti funzioni, predicati e costanti la cui definizione può essere data per scontata e quindi da non specificare ulteriormente:

- $s = t$ (predicato di uguaglianza: vero se e solo se s è uguale a t)
- $s \cdot t$ (funzione che indica la concatenazione delle stringhe s e t)
- $len(s)$ (funzione "lunghezza" che indica la lunghezza della stringa s)
- $0, 1, \dots$ (costanti che indicano i numeri naturali)
- a (costante che indica la stringa di un solo carattere "a")
- b (costante che indica la stringa di un solo carattere "b")

Tracce di soluzioni

Esercizio 1

1. NO: la classe dei linguaggi riconosciuti da APN non è chiusa rispetto al complemento, essendo chiusa rispetto all'unione ma non rispetto all'intersezione.
2. SI: i linguaggi riconosciuti da APN sono ricorsivi, quindi lo sono anche i loro complementi.

Esercizio 2

Definizione di *same*:

$$\forall s \forall n \forall c \text{ same}(s,c,n) \leftrightarrow \text{len}(s) = n \wedge \\ \forall x \forall y \forall z (s=x \cdot y \cdot z \wedge \text{len}(y)=1 \rightarrow y=c)$$

Definizione di *maxSeq*:

$$\forall t \forall s \text{ maxSeq}(t,s) \leftrightarrow \exists x \exists y \exists z \exists c \exists n (\\ t = x \cdot y \cdot z \wedge \\ (c = a \vee c = b) \wedge \\ \text{same}(y,c,n) \wedge \\ (\neg \exists v \ x = v \cdot c) \wedge \\ (\neg \exists w \ z = c \cdot w))$$