

Informatica Teorica

Appello d'esame del 3 febbraio 2009, Sezioni Mandrioli-Pradella

Il tempo a disposizione è di 1h30.

Esercizio 1 (punti 8)

Sia data la seguente grammatica G_1 :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AcS \mid bBS \mid bac \\ A &\rightarrow ba \\ B &\rightarrow ac \end{aligned}$$

- 1) Si dica quale è il linguaggio generato da G_1 .
- 2) Si scriva un automa che riconosce il linguaggio generato da G_1 . L'automa deve appartenere alla classe di potenza riconoscitiva minima tra quelle che riconoscono il linguaggio generato da G_1 .

Esercizio 2 (punti 12)

Si dica, giustificando brevemente la risposta, se è decidibile l'equivalenza tra:

1. Un automa a stati finiti e una macchina di Turing.
2. Una grammatica non contestuale e una macchina di Turing.
3. Una macchina di Turing e la grammatica G_1 dell'esercizio 1.
4. Due automi a stati finiti.
5. Un automa a stati finiti e un automa a pila deterministico.

(**Suggerimento:** si tenga presente che l'intersezione tra il linguaggio riconosciuto da un automa a stati finiti e quello riconosciuto da un automa a pila deterministico è riconoscibile da un automa a pila deterministico costruibile algoritmicamente sulla base dei due automi dati.)

Esercizio 3 (punti 11)

Si descriva a grandi linee il funzionamento di una macchina di Turing deterministica che riconosce il linguaggio $L = \{w^4 \mid w \in \{a, b, c\}^+\}$ (laddove $w^4 = wwww$).

Si valutino le complessità spaziale e temporale della macchina di Turing descritta.

La macchina di Turing deve essere tale da minimizzare la complessità spaziale.

Soluzioni schematiche

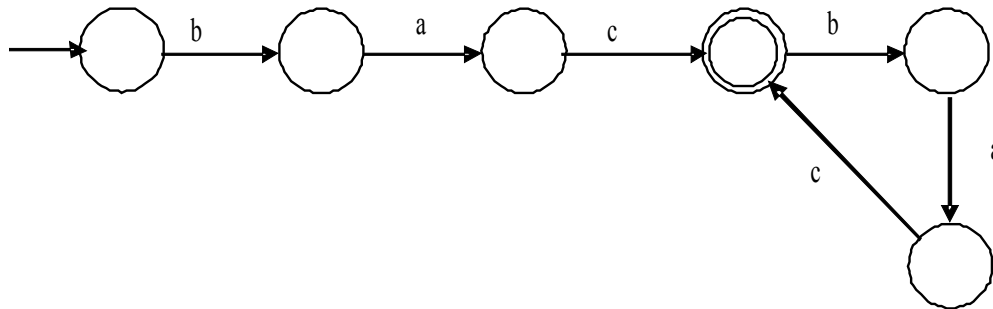
Esercizio 1

La grammatica genera il linguaggio:

$$L(G1) = \{ (bac)^+ \}$$

$L(G1)$ è un linguaggio regolare, cioè riconoscibile da un automa a stati finiti.

Un automa a stati finiti che riconosce il linguaggio è il seguente:



Esercizio 2

Le prime 3 domande hanno risposta negativa sulla base di normali ragionamenti in applicazione al teorema di Rice.

La domanda 4 ha risposta positiva, grazie alla chiusura del formalismo rispetto alle operazioni booleane: $L1 \equiv L2 \Leftrightarrow (L1 \cap \neg L2) = \emptyset \wedge (\neg L1 \cap L2) = \emptyset$.

Alla stessa maniera, sfruttando l'informazione fornita nel suggerimento e il fatto che sia i linguaggi regolari che quelli noncontestuali deterministici sono chiusi rispetto al complemento, si dimostra decidibile anche il quesito 5.

Esercizio 3

Una macchina di Turing (deterministica) a 2 nastri che riconosce il linguaggio desiderato può operare nella seguente maniera (al solito indichiamo con n la lunghezza dell'input):

- 1- conta gli elementi dell'input in binario (usando il nastro T1)
- 2- se il numero su T1 è divisibile per 4 (deve terminare con 2 zeri), allora elimina gli ultimi 2 zeri per dividere per 4
- 3- torna all'inizio dell'input
- 4- copia il contenuto di T1 nel nastro T2, tenendo traccia nello stato del simbolo letto
- 5- si sposta sul nastro di input decrementando T2 ad ogni mossa
- 6- quando T2 è a zero, confronta il simbolo sotto la testina con quello memorizzato, se sono diversi, si blocca
- 7- si sposta di una cella in avanti sul nastro di input; se è in fondo al nastro, stop con successo
- 8- torna indietro di T1 elementi sul nastro (usando ancora T2 come contatore)
- 9- ripete dal passo 4

La complessità spaziale della macchina è $\log(n)$.

La complessità temporale, invece, è $n^2 \log(n)$.