Informatica Teorica

Prima prova in itinere - 3 Maggio 2010

Tempo a disposizione: 1h30

Note:

1) il punteggio è espresso in 13-esimi e riflette il peso relativo della prova rispetto all'intero esame il cui punteggio è in 30-esimi. Come già in altre occasioni è tuttavia possibile ottenere un punteggio complessivo superiore a 13/13.
2) Durante il compito è possibile consultare libri e appunti.

Esercizio 1 (7/13 punti)

1) Si formalizzi la nozione di automa a pila (deterministico e non) AP3, in cui la differenza rispetto agli AP normali è che ogni mossa può scrivere sulla pila *al massimo 3 simboli*.

2) Dire, giustificando la risposta, quale è la potenza espressiva del modello AP3 rispetto agli AP abituali (dire se è equipotente, strettamente più potente, strettamente meno potente, o nessuno di questi).

3) Cambia qualcosa, *dal punto di vista della potenza espressiva*, se ad ogni mossa l'automa può scrivere sulla pila al massimo 2 simboli?
E se l'automa ad ogni mossa può scrivere al massimo un solo simbolo?

Esercizio 2 (7/13 punti)

Si consideri la grammatica G:
$S \rightarrow A \mid C$
$A \rightarrow A\ x\ A \mid C$
$C \rightarrow c\ A\ b \mid c\ C\ b \mid a$

1) Si dica quale è il linguaggio L(G) generato da G.

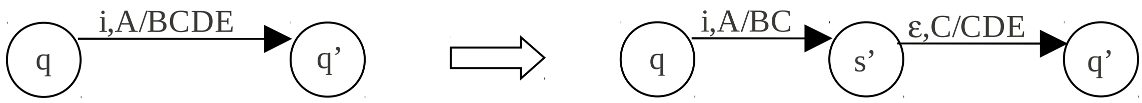
2) Se il L(G) è un linguaggio regolare, si scriva l'automa a stati finiti che lo riconosce; altrimenti si dimostri tramite il pumping lemma che L(G) non è regolare.

Soluzioni

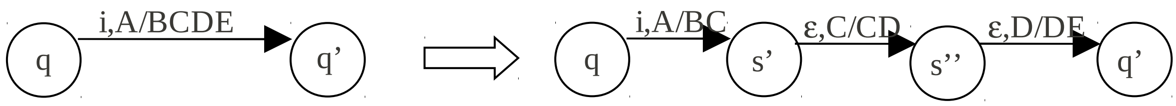
Esercizio 1

1)
L'unica cosa che cambia rispetto alla definizione degli AP usuali è la segnatura della funzione di transizione $\delta: Q \times (I \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow (Q \times \cup^{3}_{i=0} \Gamma^{i})$ che, nel caso degli AP nondeterministici diventa $\delta: Q \times (I \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \wp(Q \times \cup^{3}_{i=0} \Gamma^{i})$ (si noti l'assenza del pedice F in $\wp$).
Il resto delle definizioni (configurazione, transizione tra configurazioni, accettazione, ecc.) rimane invariato.

2)
La potenza espressiva degli AP3 è analoga a quella degli AP. Infatti, gli AP3 sono banalmente un caso particolare degli AP3, quindi qualunque linguaggio riconosciuto da un AP3 è riconoscibile da un AP. Inoltre, dato un AP che abbia delle transizioni che scrivono su pila più di 3 caratteri sono banalmente trasformabili in AP3, come nel frammento seguente:



3)
Se invece che avere AP3 abbiamo AP2 (cioè automi che possono fare mosse che massimo scrivono 2 simboli sulla pila, dal punto di vista della potenza espressiva non cambia nulla, semplicemente, la trasformazione da AP in AP2 richiederà qualche stato intermedio in più, come nel caso seguente:



Le cose cambiano invece se l'automa può scrivere al massimo un solo simbolo sulla pila per ogni mossa. In questo caso il numero di simboli sulla pila non può crescere, quindi AP1 sono di fatto gli FSA, quindi strettamente meno potenti degli AP.

Esercizio 2

1)
Il linguaggio L(G) corrisponde alle espressioni ben parentetizzate (in cui i terminali *c* e *b* fungono da parentesi), con un operatore binario *x*, ed un letterale *a*.

2)
Il linguaggio non è regolare. Infatti, un sottoinsieme di questo linguaggio è dato dalle stringhe della forma $c^n ab^n$. Ora, un qualunque FSA A in grado di riconoscere tutte le stringhe della forma $c^n ab^n$, avrà un qualche insieme di stati Q di cardinalità |Q|. Per il pumping lemma, per un qualunque n>|Q| deve esistere una sottostringa *w* (non vuota) di $c^n ab^n$ leggendo la quale A esegue un ciclo.
Se $w = c^k$, A riconosce anche stringhe della forma $c^{n-k+kr}ab^n$, (con r≥0) che non appartengono a L(G). Dualmente se $w = b^k$.
Se invece $w = c^k ab^t$, allora A riconoscerà anche stringhe della forma $c^{n-k}(c^k ab^t)^r b^{n-t}$ per un qualunque r≥0, che altrettanto non appartengono a L(G) (i casi in cui $w = ab^t$ o $w = c^k a$ sono analoghi).
Di conseguenza, nessun FSA può esistere che riconosce tutte e sole le stringhe di L(G).