

Informatica Teorica

Prima prova in itinere - 12 Maggio 2006

Note: si possono consultare appunti e testi. Durata 1h30.

Esercizio 1 (Punti 6/13-esimi senza la parte opzionale c), che comporta ulteriori 3 punti)

Si consideri la seguente variante di automa a pila, detto **automa a pila visibile (APV)**. L'alfabeto di ingresso I dell'automa è partizionato in tre sottoinsiemi I_{push} , I_{pop} , I_{local} , che determinano indirettamente come la pila viene gestita durante il riconoscimento: se il carattere letto appartiene a I_{push} , allora l'automa deve effettuare una *push* (ossia aggiungere esattamente un carattere alla cima della pila, senza rimuoverne alcuno); se il carattere letto appartiene a I_{pop} , allora l'automa deve effettuare una *pop* (ossia rimuovere il carattere in cima alla pila, senza aggiungerne altri); se infine il carattere appartiene a I_{local} , l'automa *non* deve modificare il contenuto della pila. Si noti che ad ogni mossa è possibile modificare al più un carattere della pila. Per il resto l'automa si comporta come un normale automa a pila.

- Si **formalizzi l'automa a pila visibile in versione nondeterministica**, nonché le regole di funzionamento e di riconoscimento di stringhe (mediante le usuali nozioni di configurazione, transizione, accettazione, ecc.). Per semplicità non si considerino le ϵ -mosse.
- Si **confronti** poi la potenza riconoscitiva degli APV con quella degli automi a stati finiti.
- Opzionale:** si **confronti** la potenza riconoscitiva degli APV con quella degli automi a pila standard. (E' sufficiente una argomentazione non pienamente formale)

Esercizio 2 (Punti 4/13-esimi)

Si consideri il linguaggio L su alfabeto $\Sigma = \{a,b,c,p,q,z\}$, composto da tutte e sole le stringhe che: se iniziano per 'a', hanno 'z' come penultimo carattere (in questo caso sono lunghe almeno 3 caratteri), e se hanno 'c' come terzo carattere, allora hanno ogni occorrenza di 'p', successiva al terzo carattere, seguita immediatamente da una occorrenza di 'q'. Si scriva un automa a potenza minima tra quelli noti che accetta il linguaggio L .

Esercizio 3 (Punti 4/13-esimi)

Si scriva una grammatica che genera il linguaggio L_1 definito sull'alfabeto $\Sigma = \{(,), *\}$; le stringhe di L_1 o contengono esclusivamente parentesi tonde, e, in tal caso, devono essere ben parentetizzate, oppure, se contengono almeno un *, sono del tutto libere, cioè sono sequenze arbitrarie di $(,), *$. Anche in questo caso è preferibile una grammatica a potenza minima tra quelle che generano L_1 .

Soluzioni

Esercizio 1

Un automa riconoscitore nondeterministico a pila visibile (APV) è definito come una 7-pla

$$\langle Q, I, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F \rangle$$

con tutti i simboli col significato degli automi a pila tradizionali. In più I è partizionato nei tre sottoinsiemi I_{push} , I_{pop} , I_{local} , ossia

$$I = I_{push} \cup I_{pop} \cup I_{local} \quad \text{e} \quad I_{push} \cap I_{pop} = I_{pop} \cap I_{local} = I_{push} \cap I_{local} = \emptyset$$

La funzione di transizione δ è definita

$$\delta: Q \times I \times \Gamma \rightarrow \wp(Q \cup Q \times \Gamma)$$

Transizione di configurazione:

$$c = (q, a.x, \gamma.\eta) \mid\!-\! c' = (q', x', \eta'), \text{ con } a \in I, x \in I^*, \gamma \in \Gamma, \eta \in \Gamma^*$$

- se $a \in I_{push}$ e $\langle q', \beta \rangle \in \delta(q, a, \gamma)$, allora $\eta' = \beta.\eta$
- se $a \in I_{pop}$ e $q' \in \delta(q, a, \gamma)$, allora $\eta' = \eta$
- se $a \in I_{local}$ e $q' \in \delta(q, a, \gamma)$, allora $\eta' = \gamma.\eta$

La configurazione dell'automata, le relazione di transizione e la condizione di accettazione sono definite in maniera del tutto analoga al caso degli automi a pila standard (senza mosse ϵ).

La potenza espressiva degli APV è strettamente *maggiore* di quella degli *automi a stati finiti*; infatti, il linguaggio non regolare $\{a^n b^n \mid n > 0\}$ è accettato da un APV con $I_{push} = \{a\}$, $I_{pop} = \{b\}$, $I_{local} = \emptyset$, con l'accorgimento di avere un carattere extra di pila per poter accettare a pila non vuota. D'altro canto è evidente che ogni automa a stati finiti può essere espresso come un banale automa APV.

Il confronto con gli automi a pila standard è più complesso. Consideriamo il linguaggio $\{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$, riconosciuto da un automa a pila deterministico standard (e dunque a maggior ragione da uno nondeterministico), mediante la seguente tecnica: si impilano i caratteri letti finché si incontra il carattere c ; a questo punto verifica che i rimanenti caratteri letti (ossia quelli di w^R) siano esattamente quelli che sono in pila, togliendoli dalla cima. Siccome ciascun carattere viene incontrato due volte – uno in w e uno in w^R – e per la prima occorrenza è necessario fare una push, mentre per la seconda una pop, non è possibile partizionare l'alfabeto di pila secondo quanto richiesto dagli APV per effettuare il riconoscimento richiesto.

In conclusione gli APV sono meno espressivi degli automi a pila standard (anche solo deterministici).

Gli APV (in inglese, visibly pushdown automata), sono stati introdotti in: Alur e Madhusudan: “Visibly pushdown languages”, Proceedings of the 36th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'04), pp. 202-211, 2004.

