Algoritmi e Principi dell'Informatica

Prima prova in itinere - 26 aprile 2017

Tempo a disposizione: 1h30

Esercizio 1 (11 punti)

Si consideri il linguaggio L fatto di tutte e sole le stringhe sull'alfabeto $\{a,b\}$ della forma *bbwbb*, dove $w \in (ba)^+$ (cioè è tale che le *a* compaiono in tutte e sole le posizioni pari della sottostringa).

1. Si scriva una grammatica che genera il linguaggio L, e che faccia uso del minor numero possibile di simboli nonterminali.
2. La grammatica definita al punto 1 è a potere generativo minimo tra quelle che generano L? Se non lo è, scriverne una che genera L e ha potenza minima tra quelle che generano L.
3. Si scriva un automa che riconosce il linguaggio L' fatto di tutte e sole le stringhe della forma *bbwbbwbb*, laddove *w* è definita come sopra. L'automa deve essere a potere riconoscitivo minimo tra quelli che riconoscono L'.

Esercizio 2 (6 punti)

1.
Dire se è decidibile il problema di stabilire se una generica macchina di Turing riconosce il linguaggio definito dalla seguente formula MFO *F*:

$$
\begin{aligned}
&\exists x\ (x = 1 \land a(x)) \\
&\land \\
&\forall x,y\ (y = x+1 \Rightarrow (x = 0 \Rightarrow b(x)) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \land \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad (b(x) \Rightarrow c(y)))
\end{aligned}
$$

2.
Dire se è computabile la seguente funzione:

$g(x) = $ 1 se la funzione f_x calcolata dalla x-esima Macchina di Turing è tale che:
$f_x(y) = 1$ se la y-esima MT accetta il linguaggio definito da F,
$f_x(y) = 0$ altrimenti

0 altrimenti

Soluzioni

Esercizio 1

1.

S → bbAbb

A → baA | ba

2.

La grammatica definita al punto 1 non è quella a potere espressivo minore, perché il linguaggio è riconoscibile da un FSA, quindi generabile da una grammatica regolare. La grammatica desiderata è la seguente:

S → bA

A → bB

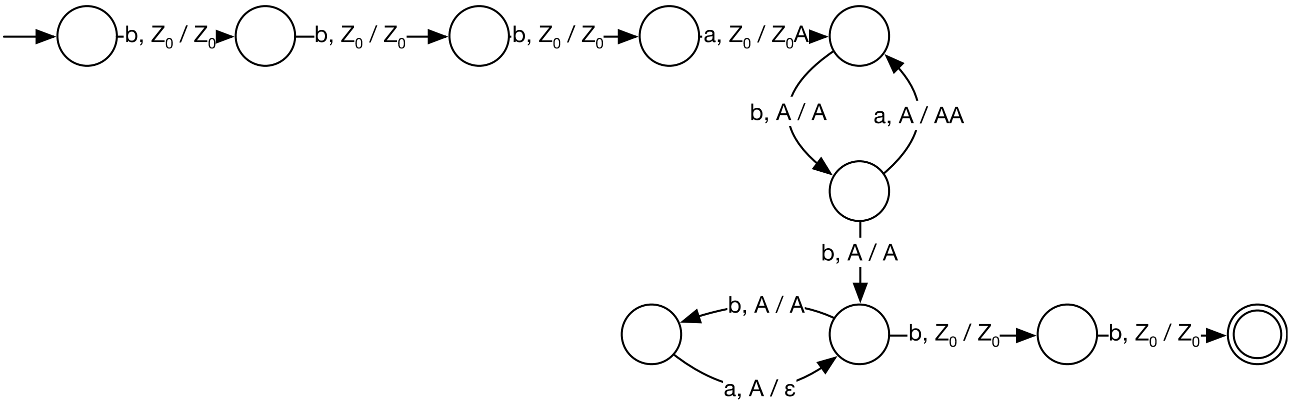
B → bC

C → aB | aD

D → bE

E → b

3.



Esercizio 2

1.

Il problema non è decidibile. Si può riformulare il problema "la stringa *w* è accettata dalla MT M?" come "la MT M calcola una funzione $f(x_w)$ tale che, se x_w è l'indice della stringa *w* nell'enumerazione delle stringhe di I^*, $f(x_w) = 1$ se *w* è accettata, 0 altrimenti". Nella fattispecie, il linguaggio definito da *F* è il linguaggio vuoto (in posizione 1 ci dovrebbero essere sia *a* che *c*, che è impossibile), quindi il problema dato coincide con il decidere se la MT calcola la funzione indefinita ovunque oppure no, che è indecidibile per il teorema di Rice (si chiede di decidere l'insieme delle funzioni contente la sola funzione indefinita ovunque, che ovviamente non è un insieme vuoto, né l'insieme di tutte le funzioni computabili).

2.

In questo caso la funzione è banalmente computabile, perché corrisponde alla funzione costante uguale a 0, in quanto, per quanto detto al punto 1, nessuna funzione calcolabile f_y ha le caratteristiche desiderate (detto in altro modo, $g(x)$ è la funzione caratteristica di un insieme di funzioni che è vuoto, quindi di nuovo per il teorema di Rice è calcolabile).